

# **EPISTEMOLOGIA DEL FALLIMENTO**

## **Perché la media statistica fallisce nei sistemi reali**

Autore

Pierernesto Di Paolo

Opera autonoma.

In continuità vincolante con LIFE· $\Omega\Omega_\infty$  (v4.0).

Non fondativa. Non estensiva. Non sostitutiva.

# ***PARTE I — IL MITO DELLA MEDIA***

## **1. IL DOGMA DELL'AGGREGAZIONE**

La modernità scientifica ha elevato la **media** a criterio implicito di realtà.

In statistica:

$$E[X] = (1 / N) * \sum_{i=1..N} X_i$$

In tempo continuo:

$$\text{Mean}(S) = (1 / T) * \int_0^T S(t) dt$$

In apprendimento automatico:

$$\text{Loss} = E[ \text{error}(X) ]$$

In economia:

$$\text{GDP} = E[ \text{output}_i ]$$

In medicina:

$$\text{Outcome} = E[ \text{response}_{\text{population}} ]$$

La tesi implicita è:

ciò che è medio è rappresentativo

ciò che è rappresentativo è reale

ciò che è reale è modellabile tramite media

Questa catena è **falsa in presenza di persistenza strutturale**.

## 2. DEFINIZIONE FORMALE DI SISTEMA PERSISTENTE

Sia  $S(t)$  un sistema dinamico.

Definizione:

$S$  è persistente se esiste una struttura  $I$  tale che

for all  $t_1, t_2$ :

$$\Phi(S(t_1), S(t_2)) = I$$

nonostante variazioni locali.

Questa condizione implica:

- presenza di vincoli,
- gerarchie temporali,
- non-collasso sotto perturbazione.

## 3. TEOREMA DI NON-EQUIVALENZA MEDIA–IDENTITÀ

### Teorema 1 — Non equivalenza strutturale

Per un sistema persistente  $S$ :

$$\text{Identity}(S) \neq \text{Mean}(S)$$

ovvero:

exists  $S$  such that

$$I \neq (1 / T) * \int_0^T S(t) dt$$

### Dimostrazione

La media elimina:

- correlazioni temporali,
- struttura topologica,

- dipendenze gerarchiche,
- asimmetrie dinamiche.

La media è operatore lineare:

$$\text{Mean}(aX + bY) = a\text{Mean}(X) + b\text{Mean}(Y)$$

Ma l'identità strutturale è non-lineare e dipende da vincoli:

$$\text{Identity}(aX + bY) \neq a\text{Identity}(X) + b\text{Identity}(Y)$$

Dunque la media non preserva identità.

Q.E.D.

#### **4. PERDITA DI INFORMAZIONE STRUTTURALE**

Sia  $C$  la matrice di correlazione temporale di  $S(t)$ :

$$C(t1, t2) = \text{Corr}(S(t1), S(t2))$$

La media conserva solo il primo momento.

L'identità persistente richiede informazione sui vincoli strutturali, che coinvolgono:

- momenti superiori,
- dipendenze temporali,
- invarianti globali.

Formalmente:

$$\text{Mean}(S) \rightarrow M1$$

$$\text{Identity}(S) \rightarrow \{M1, M2, \text{topology}, \text{constraints}\}$$

Ridurre Identity a M1 è distruttivo.

## 5. IL PROBLEMA DEI SISTEMI NON-LINEARI

In sistemi non-lineari:

$$E[f(X)] \neq f(E[X])$$

Questo è il cuore del problema.

Se la funzione  $f$  rappresenta dinamica strutturale:

$$f = \text{ConstraintOperator}$$

allora

$$E[\text{ConstraintOperator}(X)] \neq \text{ConstraintOperator}(E[X])$$

La media rompe il vincolo.

## 6. CONSEGUENZA GENERALE

Ogni sistema reale che:

- persiste nel tempo,
- resiste a perturbazioni,
- mantiene funzione distinguibile,

non può essere descritto correttamente dalla sola media.

La media è utile per:

- stime locali,
- rumore,
- fenomeni gaussiani lineari.

Non è sufficiente per:

- identità,
- stabilità,

- resilienza,
- adattamento.

## 7. PRIMO ESEMPIO: OVERFITTING IN MACHINE LEARNING

In ML si minimizza:

$$\text{Loss} = E[\text{error}]$$

Ma un modello che minimizza la media può:

- distruggere struttura latente,
- perdere generalizzazione,
- amplificare rumore.

Overfitting = ottimizzazione media + perdita di struttura.

Formalmente:

$$\text{Model\_opt} = \text{argmin } E[\text{Loss}]$$

non implica

Model\_opt preserva Identity(Data)

## 8. SECONDO ESEMPIO: MEDICINA STATISTICA PURA

In medicina evidence-based:

$$\text{Treatment} = \text{argmax } E[\text{Outcome}]$$

Ma il paziente reale è sistema strutturale non medio.

La risposta individuale può deviare radicalmente dalla media.

La media:

- descrive popolazioni,

- non stabilizza identità biologiche individuali.

## 9. TERZO ESEMPIO: MACROECONOMIA AGGREGATIVA

$$\text{GDP} = E[\text{output}_i]$$

Ma stabilità istituzionale  $\neq$  media di output.

Una società può avere GDP medio elevato e collassare strutturalmente.

Perché:

$$\text{Identity}(\text{system}) \neq \text{Mean}(\text{individual\_performance})$$

## 10. PRIMO RISULTATO STRATEGICO

La media è:

- strumento descrittivo,
- non criterio ontologico.

Il fallimento sistemico emerge quando:

$$\text{Policy} = \text{argmax Mean}(\text{metric})$$

ignora vincoli strutturali.

## ***PARTE II — TEOREMA DEL FALLIMENTO AGGREGATIVO***

### **11. PROBLEMA GENERALE**

Sia  $S$  un sistema dinamico persistente definito su uno spazio degli stati  $X$ .

Sia  $A$  un operatore aggregativo tale che:

$$A: X \rightarrow R$$

$$A(S) = E[S] \text{ (media, aspettativa, aggregazione)}$$

La domanda centrale è:

Quando l'aggregazione preserva la struttura del sistema?

Risposta anticipata: quasi mai, se il sistema è non-lineare e vincolato.

### **12. DEFINIZIONE DI OPERATORE AGGREGATIVO**

Un operatore  $A$  è aggregativo se soddisfa:

$$A(aX + bY) = aA(X) + bA(Y)$$

ovvero è lineare.

La media aritmetica è l'esempio canonico.

### **13. DEFINIZIONE DI SISTEMA STRUTTURALMENTE VINCOLATO**

Un sistema  $S$  è strutturalmente vincolato se esiste un operatore non-lineare  $C$  tale che:

$$S(t+dt) = C(S(t), \text{constraints})$$

dove  $C$  non è lineare e non è commutativo rispetto all'aspettativa.

## 14. TEOREMA DEL FALLIMENTO AGGREGATIVO

### Enunciato

Per ogni sistema strutturalmente vincolato  $S$  con dinamica non-lineare  $C$ ,

$$A(C(S)) \neq C(A(S))$$

per ogni operatore aggregativo lineare  $A$ .

### Dimostrazione

Poiché  $C$  è non-lineare,

$$C(aX + bY) \neq aC(X) + bC(Y)$$

Se  $A$  è lineare,

$$A(C(S)) = A(\text{non-linear expression})$$

ma

$$C(A(S)) = C(\text{linear combination})$$

Poiché non-lineare e lineare non commutano, segue che:

$$A(C(S)) - C(A(S)) \neq 0$$

Pertanto, l'aggregazione rompe la struttura dinamica.

Q.E.D.

## 15. COROLLARIO 1 — DISTRUZIONE DELLA PERSISTENZA

Se l'identità del sistema dipende da  $C$ , allora:

$$\text{Identity}(A(S)) \neq \text{Identity}(S)$$

L'aggregazione distrugge persistenza.

## 16. ESTENSIONE A SISTEMI STOCASTICI

Sia  $S(t, \omega)$  un processo stocastico.

La media stocastica è:

$$E[S] = \int S dP$$

Se la dinamica è non-lineare:

$$E[f(S)] \neq f(E[S])$$

Questo è noto in teoria della probabilità.

Ma la conseguenza strutturale è spesso ignorata:

La previsione media non preserva identità strutturale.

## 17. CASO 1 — MACHINE LEARNING

In ML si minimizza:

$$\operatorname{argmin}_{\theta} E[L(\theta, X)]$$

Ma se il sistema reale è vincolato da struttura latente  $L^*$  non-lineare,

allora il modello medio ottimale può non preservare struttura:

$$\text{Generalization} \neq \text{Minimization\_of\_Mean\_Error}$$

Overfitting e underfitting sono due manifestazioni del teorema.

## 18. CASO 2 — MEDICINA CLINICA

Trial clinico:

$$\text{Outcome\_mean} = E[\text{Response} \mid \text{Treatment}]$$

Ma paziente reale:

$$\text{Response}_i = C(\text{Genetics}_i, \text{Environment}_i, \text{Constraints}_i)$$

La media non preserva la struttura individuale.

Conseguenza:

Ottimo medio  $\neq$  Ottimo strutturale individuale.

## **19. CASO 3 — ECONOMIA SISTEMICA**

Sistema economico E composto da agenti.

Aggregazione:

$GDP = \text{sum output}_i / N$

Ma stabilità sistemica dipende da:

Network\_constraints

Institutional\_structure

Liquidity\_cycles

La media non cattura topologia né vincoli di rete.

Collasso finanziario è evento strutturale, non medio.

## **20. RISULTATO STRATEGICO GENERALE**

Ogni modello basato esclusivamente su:

- media,
- regressione lineare,
- ottimizzazione aggregativa,

è strutturalmente incompleto se il sistema possiede:

- non-linearità,
- gerarchia temporale,

- vincoli persistenti.

## **21. LIMITE INVALIDICABILE DEI MODELLI DATA-DRIVEN PURI**

Data-driven puro assume:

Structure  $\approx$  Correlation

Ma:

Correlation = funzione di momenti inferiori

Structure = funzione di vincoli invarianti

La correlazione non genera vincoli.

## ***PARTE III — COLLASSI REALI PER AGGREGAZIONE***

### **22. PREMESSA: IL COLLASSO NON È UN ERRORE, È UNA CONSEGUENZA STRUTTURALE**

Il collasso sistemico non è necessariamente:

- errore tecnico,
- incompetenza,
- rumore.

Spesso è conseguenza diretta dell'uso di operatori aggregativi su sistemi strutturalmente vincolati.

Formalmente:

Se  $S$  è vincolato da  $C$  non-lineare, e si applica  $A$  lineare, allora:

$$A(C(S)) \neq C(A(S))$$

Questa non-commutatività genera errore strutturale.

### **23. COLLASSO IN INTELLIGENZA ARTIFICIALE**

#### **23.1 Addestramento medio**

Si minimizza:

$$\theta^* = \operatorname{argmin} E[L(\theta, X)]$$

L'obiettivo è ridurre errore medio.

#### **23.2 Fenomeni osservabili**

- Overfitting
- Dataset shift

- Mode collapse
- Catastrophic forgetting

Tutti condividono un tratto:

La struttura latente dei dati non coincide con la loro media statistica.

### 23.3 Formalizzazione del dataset shift

Sia  $P_{\text{train}}(X) \neq P_{\text{real}}(X)$ .

La media addestrata è:

$E_{\text{train}}[f(X)]$

Ma nel reale:

$E_{\text{real}}[f(X)] \neq E_{\text{train}}[f(X)]$

Se la struttura è non-lineare:

Generalization  $\neq$  Minimization\_of\_Mean\_Loss

Il collasso è strutturale, non contingente.

## 24. COLLASSO IN MEDICINA

### 24.1 Evidence-based medio

Trial clinico:

$\text{Effect\_mean} = E[\text{Response} \mid \text{Treatment}]$

Ma sistema biologico reale:

$\text{Response}_i = C_i(\text{genetics, epigenetics, metabolism, environment})$

Ogni  $C_i$  è non-lineare e individuale.

## 24.2 Fallimento strutturale

Se:

$$\text{Treatment} = \operatorname{argmax} E[\text{Response}]$$

allora per un sottogruppo:

$$\text{Response}_i < \text{baseline}$$

La media può mascherare danni strutturali.

## 24.3 Caso reale: reazioni avverse rare

Eventi rari ma strutturalmente determinati vengono eliminati dalla media.

La media riduce varianza,  
ma la struttura è nella varianza.

# 25. COLLASSO IN ECONOMIA

## 25.1 Aggregazione macroeconomica

$$\text{GDP} = (1 / N) * \sum \text{output}_i$$

$$\text{Inflation} = E[\text{price\_changes}]$$

Ma stabilità sistemica dipende da:

Network topology

Debt structure

Liquidity constraints

Queste non sono lineari.

## 25.2 Formalizzazione di instabilità di rete

Sia  $G$  una rete finanziaria con matrice di adiacenza  $A_{ij}$ .

Il collasso dipende da:

$\text{largest\_eigenvalue}(A)$  non dalla media degli output.

La media può essere stabile mentre:

$$\text{spectral\_radius}(A) > 1$$

⇒ instabilità sistemica.

## 26. COLLASSO IN POLICY PUBBLICA

Politiche basate su:

Average indicator improvement

ignorano:

- soglie critiche,
- dinamiche non-lineari,
- effetti cumulativi.

Sistemi sociali sono:

$$S(t+1) = C(S(t), \text{institutions, constraints})$$

non:

$$S(t+1) = \text{Mean}(\text{individual\_behaviors})$$

## 27. COLLASSO IN SISTEMI ECOLOGICI

Popolazione media stabile  $\neq$  ecosistema stabile.

Se:

$N_{\text{mean}}$  stabile

ma

trophic\_constraints instabili

⇒ collasso improvviso.

Non-linearità ecologica rende la media irrilevante.

## **28. STRUTTURA COMUNE DEI COLLASSI**

In tutti i casi precedenti:

1. Sistema non-lineare.
2. Presenza di vincoli lenti.
3. Uso di aggregazione lineare.
4. Perdita di struttura.
5. Collasso o errore sistemico.

Questa struttura è trasversale.

## **29. TEOREMA DI INSUFFICIENZA DELL'AGGREGAZIONE**

### **Enunciato**

Per ogni sistema complesso persistente con:

- non-linearità,
- gerarchia temporale,
- vincoli invarianti,

ogni descrizione basata esclusivamente su operatori aggregativi lineari è strutturalmente incompleta.

### **Conseguenza**

La media può descrivere fenomeni locali,  
ma non può fondare stabilità sistemica.

### **30. IMPLICAZIONE STRATEGICA**

La fiducia cieca nell'aggregazione produce:

- ottimizzazione fragile,
- stabilità apparente,
- vulnerabilità latente.

La robustezza non nasce dalla media, ma dalla preservazione dei vincoli.

## **PARTE IV — CRITERIO DI REALTÀ STRUTTURALE**

### **31. PROBLEMA DEL CRITERIO**

Se la media è insufficiente, occorre un criterio alternativo per distinguere:

- descrizione superficiale da
- descrizione strutturalmente adeguata.

Non si tratta di eliminare la statistica, ma di definire **quando essa è ontologicamente insufficiente**.

### **32. DEFINIZIONE DI REALTÀ STRUTTURALE**

Un sistema S è strutturalmente reale se:

1. persiste sotto perturbazione,
2. mantiene identità riconoscibile,
3. è governato da vincoli non-lineari,
4. presenta gerarchia temporale.

Formalmente:

exists C non-lineare tale che  
 $S(t+1) = C(S(t), \text{constraints})$

con

$\tau_{\text{constraints}} \gg \tau_{\text{dynamics}}$

### **33. CRITERI DI ADEGUATEZZA DESCRITTIVA**

Una descrizione D è adeguata se:

D preserva i vincoli strutturali del sistema.

Formalmente:

$D(C(S)) \approx C(D(S))$

Se:

$$A(C(S)) \neq C(A(S))$$

allora A è descrizione inadeguata.

### **34. CRITERIO OPERATIVO DI TEST**

Per verificare se un modello aggregativo è insufficiente:

1. Identificare vincoli lenti.
2. Testare se il modello li preserva.
3. Introdurre perturbazione.
4. Osservare collasso o deviazione sistemica.

Se:

Model\_output stabile

ma

System collapses

⇒ modello strutturalmente incompleto.

### **35. GERARCHIA TEMPORALE COME SEGNALE DI REALTÀ**

Se un sistema mostra separazione di scale:

$$\tau_{\text{slow}} \gg \tau_{\text{fast}}$$

allora ogni descrizione priva di variabili lente è insufficiente.

La gerarchia temporale è segnale forte di struttura.

### **36. DIFFERENZA TRA CORRELAZIONE E VINCOLO**

Correlazione:

$$\text{Corr}(X, Y) \neq 0$$

Vincolo:

$$Y = C(X, \text{constraints})$$

La correlazione è statistica.  
Il vincolo è strutturale.

La media opera sulle correlazioni.  
La realtà opera sui vincoli.

### **37. PRINCIPIO DI PRIORITÀ DEL VINCOLO**

Se un sistema è descritto da:

$$S(t+1) = C(S(t), \text{constraints})$$

allora la modellazione deve iniziare dai constraints, non dalla media degli stati.

Questo è principio metodologico generale.

## ***PARTE V — CONSEGUENZE OPERATIVE E LIMITI INVALIDABILI***

### **38. LIMITE INVALIDABILE 1 — IA GENERALISTA**

Nessuna IA puramente data-driven può stabilizzare identità persistente senza:

- vincoli strutturali espliciti,
- gerarchia temporale incorporata,
- operatori non-lineari stabili.

Ottimizzare la media non genera struttura.

### **39. LIMITE INVALIDABILE 2 — MEDICINA POPOLAZIONALE PURA**

Nessun protocollo basato esclusivamente su outcome medio può garantire:

- stabilità individuale,
- resilienza biologica,
- prevenzione strutturale.

La medicina richiede identificazione di vincoli lenti (metabolici, genetici, ambientali).

### **40. LIMITE INVALIDABILE 3 — ECONOMIA AGGREGATIVA**

Indicatori medi non catturano:

- topologia di rete,
- concentrazione di rischio,
- soglie critiche.

La stabilità sistemica dipende da invarianti strutturali.

### **41. LIMITE INVALIDABILE 4 — POLICY OTTIMIZZATE SU KPI MEDI**

Ottimizzare KPI medio può:

- destabilizzare vincoli lenti,

- distruggere resilienza istituzionale,
- creare vulnerabilità cumulativa.

## 42. CONSEGUENZA GENERALE

La media è:

strumento locale non fondamento ontologico.

La realtà strutturale è:

vincolo > correlazione

gerarchia > aggregazione

persistenza > aspettativa

## 43. POSIZIONAMENTO DELL'OPERA

La presente opera:

- non rigetta la statistica,
- non rigetta la media,
- non propone anti-scienza.

Essa stabilisce un limite strutturale:

La media è necessaria ma non sufficiente per descrivere sistemi persistenti reali.

## 44. RELAZIONE CON LIFE· $\Omega\Omega_\infty$

Le conclusioni qui ottenute sono coerenti con LIFE· $\Omega\Omega_\infty$  (v4.0), che identifica: vincoli strutturali come condizione di non-collasso.

La presente opera utilizza tale quadro come vincolo metodologico, senza modificarlo, estenderlo o dimostrarlo.

## 45. CHIUSURA

L'errore moderno non è usare la media.

È credere che la media sia struttura.

Ogni collasso sistemico analizzato condivide una stessa radice:

Aggregazione lineare applicata a sistema non-lineare vincolato.

Questa è la tesi centrale.

Autore

Pierernesto Di Paolo

2026

Opera autonoma.

In continuità vincolante con LIFE· $\Omega\Omega_\infty$  (v4.0).

Non fondativa. Non estensiva.